

Определение удельного потока метана из почвы с помощью обратного моделирования на основе сопряжённых уравнений

Сабреков А.Ф.^{1,2,3}, Глаголев М.В.^{1,2,4}, Терентьева И.Е.³

¹Институт водных проблем РАН, г. Москва

²Югорский Государственный Университет, г. Ханты-Мансийск

³Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, г. Москва

⁴Факультет Почвоведения МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

sabrekovaf@gmail.com

Рассмотрена обратная задача идентификации граничного режима двумерного параболического уравнения диффузии-конвекции, а именно определения удельного потока метана из почвы по измерениям его концентрации в приземном слое атмосферы. Актуальность такой постановки связана с отсутствием сравнительно дешёвых и качественных методов для репрезентативной оценки удельного потока метана из его источников, характеризующихся существенной пространственной и временной неоднородностью эмиссии. В качестве такого источника были выбраны разные по своим характеристикам полигоны захоронения твёрдых бытовых отходов. Предлагаемый метод на основе сопряжённых уравнений является развитием уже существовавшего с обобщением для более близкой к реальным условиям нестационарной задачи с переменным по времени верхним граничным условием. Применение сопряжённых уравнений позволяет избежать необходимости решать вариационную задачу и вычислить значение удельного потока, решая прямую сопряжённую к исходной задачу. Полученные с помощью такого метода удельные потоки сравниваются с вычисленными с помощью альтернативного алгоритма – обратного лагранжева моделирования, надёжность и точность которого хорошо изучены. Результаты сравнения величин удельных потоков говорят о том, что предлагаемый в данной работе метод даёт реалистичные результаты и сравнительно надёжен в неидеальных для применения условиях.

Ключевые слова: микрометеорологические методы, некорректные обратные задачи.

Measuring methane flux from the soil by inverse modelling using adjoint equations

Sabrekov A.F.^{1,2,3}, Glagolev M.V.^{1,2,4}, Terentieva I.E.³

¹Water Problems Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow

²Yugra State University, Khanty-Mansiysk

³A.N. Severtsov Institute of Ecology and Evolution, Moscow

⁴Faculty of Soil Science, Moscow State University, Moscow

Inverse problem of numerical identification of the boundary condition for a 2D parabolic diffusion-advection equation is considered. Namely determination of methane flux from soil using methane concentration in a surface layer is addressed. Such a problem is quite important because there is a lack of non-expensive reliable techniques to obtain representative flux estimates for ecosystems where methane emission is highly heterogeneous in time and space. Several different municipal solid waste landfills were chosen as a test objects for implementation. Suggested approach has already been used earlier. In this study it is developed for non-steady state problem with upper boundary condition variable over time because this problem is more realistic. Using of adjoint equations helps to avoid a necessity to solve variational problem and to determine methane flux solving an adjoint direct problem. Obtained in such a way flux values were compared with ones calculated using an alternative algorithm – backward Lagrangian simulation, which is known to be reliable technique for methane flux estimation. Results of comparison shows that a method, suggested in this study, estimate methane flux in a realistic way and is comparatively reliable in non-ideal conditions.

Key words: micrometeorological methods, inverse ill-posed problems.

1. Введение

Второй по величине (около 25 % от общего вклада всех долгоживущих парниковых газов) вклад в формирование парникового эффекта вносит метан (CH_4). Концентрация этого газа в атмосфере Земли существенно возросла с начала 18 в. и значительно превысила средние значения для последних 800 тыс. лет. В связи с этим научным сообществом уделяется всё большее внимание поиску и инвентаризации всех естественных и антропогенных источников и стоков метана (см., например, [1–3]). Среди основных естественных его источников могут быть названы болота и другие переувлажнённые экосистемы, просачивания природного термогенного газа, водные объекты и термитники. Среди антропогенных источников главными считаются производство энергии, животноводство и полигоны твёрдых бытовых отходов (ТБО) [4].

Каждый из этих источников характеризуется той или иной степенью пространственной и временной неоднородности. Для её репрезентативной оценки применяются разные методы. Хронологически первым методом измерения удельного потока метана является камерный метод. Суть его состоит в том, что в изучаемой экосистеме на поверхность почвы / воды устанавливается параллелепипед, одна из граней которого отсутствует. Из внутреннего пространства этого параллелепипеда с течением времени отбираются пробы газа. По полученным данным вычисляется удельный поток. Камерный метод прост и дешёв в применении, но в связи с тем, что площадь под камерой, как правило, составляет не более 1 м^2 , получение репрезентативных оценок эмиссии CH_4 из сильно неоднородных объектов становится очень трудоёмкой задачей [5–7]. Кроме того, далеко не на все поверхности камеру можно герметично установить.

Последние три десятилетия происходит бурное развитие принципиально другой группы методов – микрометеорологических, основанных на вычислении удельного потока метана по динамике его концентрации в приземном слое атмосферы на некоторой высоте над изучаемой экосистемой. Этими методами удельный поток может быть оценён на площади $n \cdot 100\text{--}10000 \text{ м}^2$. Среди этих методов можно выделить метод турбулентных пульсаций (Eddy Covariance Method), метод распространения примеси (Tracer Flux Method), метод баланса массы (Mass Balance Approach) и другие [7–9]. Все они характеризуются различными недостатками, среди которых основными считаются ограниченная применимость (невозможность работы на сложном рельефе, при разных направлениях ветра и неразвитой турбулентности), высокая стоимость, сложность установки и энергообеспечения оборудования, отсутствие четких границ области, для которой ведётся

измерение и т.д. [6, 7]. В связи с этим, существует необходимость в разработке более удобного для практического применения микрометеорологического метода, позволяющего репрезентативно оценивать удельный поток CH_4 с поверхности сильно неоднородных экосистем и страдающего как можно меньшим количеством перечисленных выше недостатков.

Одним из самых подходящих для апробации такого метода источников CH_4 являются полигоны ТБО. Метан образуется из ТБО в результате анаэробного разложения органических веществ. На объём и скорость эмиссии влияют такие факторы, как температура, влажность, метод и время захоронения, а также состав отходов. И если температура и влажность имеют примерно одинаковые значения в пределах одной свалки, то способ и время захоронения уже могут достаточно сильно различаться на разных ее участках (оставаясь, впрочем, постоянными в пределах одного участка), а состав отходов и дефекты (порозность) почвенного покрова часто сильно варьируют даже в пределах нескольких метров. Кроме того, не весь метан будет выходить из свалки более или менее равномерно через покрывающую ее почву, поскольку этот покров неоднороден: в нем могут быть проложены трубы для сбора фильтрата, пробурены скважины, но даже и без них имеются большие естественные дефекты структуры. Поэтому эмиссия CH_4 на одном и том же полигоне ТБО может варьировать на пять–семь порядков [10, 11] и даже менять знак, т.е. в каких-то точках полигона будет наблюдаться эмиссия, а в других – поглощение метана (за счет деятельности бактерий-метанотрофов) [12].

В связи с этим в рамках настоящей работы была поставлена цель – разработать и применить метод репрезентативной оценки удельного потока CH_4 с поверхности полигона ТБО на основании сравнительно легкодоступных полевых данных. Задачи состояли в разработке и реализации корректного математического алгоритма, учитывающего свойства рассматриваемой задачи, получение необходимых экспериментальных данных в полевых условиях и сравнении результатов созданного алгоритма с другим микрометеорологическим методом, использующим аналогичные входные данные, границы применимости и надёжность которого хорошо изучены к настоящему моменту.

2. Объекты и методы исследования

2.1. Объекты

Измерения удельного потока CH_4 велись на муниципальных полигонах ТБО г. Сургута (61.28° с.ш., 73.65° в.д.) и г. Ханты-Мансийска (61.05° с.ш., 69.37° в.д.) в октябре 2016 года и мае, июле и сентябре 2017 года. На полигоне ТБО г. Ханты-Мансийска исследовались две карты

(холмы в форме призмы с плоскими крышами и очень крутыми бортами, состоящие из утрамбованных ТБО) высотой около 20 м и площадью около 1 га каждая, на которые ТБО доставляются с 1997 года. На полигоне ТБО г. Сургута исследовались две закрытые карты высотой около 30 м и площадью 3 га (заполнялась в период с 2005 по 2013 год) и 5 га (заполнялась с 1993 по 2007 год).

2.2. Методы получения полевых данных

На крыше карты устанавливалась 6-ти метровая стальная вышка, таким образом, чтобы воздух проходил как можно большую дистанцию до вышки над данной картой. Пробы воздуха объёмом 20 мл отбирались каждые 3 минуты на двух высотах ($z_m = 1.6$ и $Z = 5.7$ м) через пластиковые трубки диаметром 3 мм, закреплённые на вышке. Рядом с вышкой на высоте около 2 м устанавливался запитанный от аккумулятора трёхмерный ультразвуковой анемометр WindMaster (Gill Instruments, Великобритания), с частотой 20 Гц измерявший скорость ветра в трёх направлениях декартовой системы координат, а также ультразвуковую температуру. Концентрация метана в пробах воздуха определялась на газовом хроматографе Кристалл-5000.1 (ЗАО Хроматэк, Россия). Ошибка среднего для измерения концентрации в одной и той же пробе составляла в среднем 0.3 %. Полученные значения концентрации CH_4 усреднялись за 15-минутные отрезки, для которых затем вычислялись параметры турбулентности – масштаб Монина–Обухова L (м), динамическая скорость u^* ($\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$), параметр шероховатости z_0 (м), а также дисперсии скоростей ветра по трём декартовым осям σ_u , σ_v и σ_w ($\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$) – согласно [8]. Каждая из 32 проведённых серий измерений (четыре поездки по две серии на двух картах полигонов ТБО в двух городах) включала 10–11 таких отрезков, то есть длилась около 2.5 часов. Расстояния от одного края карты вдоль среднего направления ветра до вышки (x_m) и до другого конца карты (X) оценивались с помощью GPS-координат вышки и космических снимков высокого разрешения. Все расчёты реализованы в программной среде MATLAB 9.1.0 (MathWorks, США).

2.3. Постановка и решение обратной задачи идентификации удельного потока метана

Полное уравнение динамики атмосферной примеси в приземном слое атмосферы над экосистемой представлено, например, в [5, 8]. После двойного вращения координат (с целью обеспечить равенство нулю средней вертикальной скорости ветра [8]) и ориентации оси y в направлении, перпендикулярном направлению скорости ветра, это уравнение для концентрации метана $C(x, z, t)$ ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-3}$) за вычетом фоновой его

концентрации над окружающими полигон экосистемами C_a ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-3}$) может быть записано так:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U(z, t) \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(z, t) \frac{\partial C}{\partial z} \right), \quad (1,а)$$

где $U(z, t)$ и $K_z(z, t)$ – зависящие от времени и высоты, соответственно, горизонтальная скорость ветра ($\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$) и коэффициент турбулентной диффузии по вертикали ($\text{м}^2\cdot\text{с}^{-1}$); x и z – горизонтальная (сонаправлена с горизонтальным направлением ветра) и вертикальная координаты, варьирующие от 0 до X и от 0 до Z , соответственно (м), t – время, варьирующее от 0 до T (с). Зададим следующие граничные и начальные условия:

$$K_z(z, t) \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = -Q, \quad (1,б)$$

$$C(x, Z, t) = C_Z(t), \quad (1,в)$$

$$C(0, z, t) = 0, \quad (1,г)$$

$$C(x, z, 0) = 0, \quad (1,д)$$

где Q – средний по времени и пространству удельный поток метана из рассматриваемой экосистемы ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}$), $C_Z(t)$ – концентрация метана, измеряемая на высоте Z в течение времени от 0 до T за вычетом C_a . Ставится обратная задача по определению неизвестного параметра Q , если измерена концентрация $C_m(t)$ в точке пространства (x_m, z_m) за вычетом C_a .

Задачу по определению Q в системе (1,а)–(1,д) можно решать как задачу оптимизации: подбирать такое значение Q , при котором разница между $C_m(t)$ и вычисленной по (1,а)–(1,д) будет минимальна [13]. Однако в реальности $C(x, z, t)$ в каждый отдельно взятый момент времени не подчиняется уравнению (1) в связи со сложным рельефом карты, её приподнятостью относительно окружающего рельефа, неточности вычисления $K_z(z, t)$ и его пространственной неоднородности над поверхностью карты по оси x . Поскольку, как известно, задача идентификации граничного условия (1,б) по измерениям значений зависимой переменной является для параболического уравнения некорректной по Адамару [14], определяемое значение Q на практике будет очень чувствительно к качеству входных данных, и необходимо принимать меры по регуляризации алгоритма (чтобы задача стала условно-корректной по Тихонову).

Г.И. Марчук [15] предложил весьма экономичный метод решения обратных задач, сводящий их к решению прямой задачи для сопряженных уравнений. В [6] была предложена основанная на этом методе конкретная схема определения Q , при помощи которой, среди прочего, был определен удельный поток CH_4 из реального болота. Однако в [6] решалось стационарное уравнение, в то время как над полигоном ТБО и над другими источниками метана

динамика C часто не является стационарной [7, 9]. Кроме того, вместо условия (1,в) в [6] рассматривалось более простое граничное условие

$$C(x, Z, t) = 0.$$

В настоящей работе мы разовьём подход, предложенный в [6], реализовав его для задачи (1,а)–(1,д). Запишем сопряжённую для (1,а)–(1,д) задачу таким образом:

$$-\frac{\partial C^*}{\partial t} - U(z, t) \frac{\partial C^*}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(z, t) \frac{\partial C^*}{\partial z} \right) + R, \quad (2,а)$$

$$K_z(z, t) \frac{\partial C^*}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (2,б)$$

$$C^*(x, Z, t) = 0, \quad (2,в)$$

$$C^*(X, z, t) = 0, \quad (2,г)$$

$$C^*(x, z, T) = 0, \quad (2,д)$$

$$R = \delta(x - x_m) \delta(z - z_m). \quad (3)$$

Здесь R – двумерная дельта-функция Дирака. Умножим (1,а) на C^* , (2,а) на C , проинтегрируем их по обеим пространственным осям и времени, вычтем первое получившееся выражение из второго и, воспользовавшись следующим свойством дельта-функции Дирака,

$$\int_0^T \int_0^X \int_0^Z (R \cdot C) dz dx dt = \int_0^T C_m(t) dt,$$

выразим Q :

$$Q = \frac{\int_0^T C_m(t) dt + \int_0^T \int_0^X C_Z(t) \cdot K_z(z, t) \frac{\partial C^*}{\partial z} \Big|_{z=Z} dx dt}{\int_0^T \int_0^X C^*(x, 0, t) dx dt}. \quad (4)$$

Таким образом, помимо экспериментальных данных для вычисления Q необходимо решить сопряжённую задачу (2,а)–(2,д).

Решалась она методом расщепления по направлениям. Для решения по оси z использовалась схема Кранка–Николсон, для решения по оси x – явно-неявная схема бегущего счёта [16]. Дельта-функция Дирака аппроксимировалась на шаге по оси z пятиточечным кусочным шаблоном согласно [17]. Количество узлов по x было равно 50, по z – 600, по t – 1200.

Входными данными для каждой серии являлись массивы значений L , u^* , z_0 , $C_m(t)$, $C_Z(t)$, усреднённых за 15-минутные интервалы, а также определяемые по космическим снимкам и координатам вышки x_m , z_m , X и Z . $K_z(z, t)$, $U(z, t)$ вычислялись согласно [8], с той разницей, что для устойчивой стратификации использовались универсальные функции из [18]. Для расчётов Q по (4) L , u^* , z_0 , $C_m(t)$, $C_Z(t)$ интерполировались кубическими

сплайнами с помощью функции *interp1* MATLAB. Погрешность определялась методом бутстрепа: на измеренные концентрации $C_m(t)$ и $C_Z(t)$ накладывалась нормально распределённая случайная погрешность со средним, равным нулю, и стандартным отклонением, равным таковому для $C_m(t)$ и $C_Z(t)$ на данном 15-минутном отрезке, после чего по (4) вычислялся Q . Такие расчёты повторялись 1000 раз для каждой серии; стандартное отклонение по получившемуся массиву воспринималось, как характеристика погрешности Q .

2.4. Метод получения альтернативной оценки удельного потока CH_4 – обратное лагранжево моделирование

Структура лагранжевой модели и вычисление по ней значения удельного потока Q_{Lagr} заданы согласно [19], уравнения для каждой частицы решались неявным методом Эйлера, общее число частиц – 20000. Входными данными для каждой серии являлись массивы усреднённых за 15-минутные интервалы L , u^* , z_0 , σ_u , σ_v , σ_w , $C_m(t)$, а также определяемые по космическим снимкам и координатам вышки x_m , z_m , X . Удельный поток метана, определяемый с помощью лагранжева подхода, вычислялся как медиана удельного потока по всем 15-минутным отрезкам каждой серии, мерой разброса служило медианное абсолютное отклонение.

2.5. Критерии качества полученных величин удельных потоков CH_4 для лагранжева подхода

Для оценки того, насколько именно исследуемая карта формировала вычисленные значения Q_{Lagr} , необходимо было оценить область влияния (футпринт) для данной высоты измерения концентрации z_m . Для этих расчётов использовалась та же самая лагранжева модель, что и для определения Q_{Lagr} . Интегральное значение футпринта F ($0 \leq F \leq 1$) для данного 15-минутного отрезка времени на данной карте равнялось отношению той концентрации метана в точке (x_m, z_m) , которую формирует весь участок исследуемой карты с наветренной стороны при вычисленном ранее значении Q_{Lagr} , к концентрации метана в этой же точке, формируемой бесконечно большим (для расчётов было выбрано 1000 м, поскольку дальнейшее увеличение этой дистанции не влияло на результат) участком поверхности с удельным потоком, равным Q_{Lagr} . Значения Q_{Lagr} для 15-минутного отрезка исключались из рассмотрения согласно [20], если

$$F < 0.5 \quad (5)$$

Для оценки применимости обратного лагранжева подхода в данных метеорологических условиях использовались те же критерии, что предложены в [19, 20]: исключаться должны

измерения, для которых выполнено хотя бы одно из условий

$$\begin{aligned} u^* &< 0.15, \\ |L| &< 10. \end{aligned} \quad (6)$$

В качестве меры различия удельного потока Q , определённого по (4), и удельного потока Q_{Lagr} , определённого посредством обратного лагранжева моделирования, использовалась следующая:

$$k = \frac{|Q - Q_{Lagr}|}{Q}.$$

3. Результаты и обсуждение

Проверка микрометеорологических методов объективно сложна тем, что непросто сконструировать источник с известным значением удельного потока. Поэтому был выбран другой путь – сравнивать вычисленные по (4) значения Q со значениями Q_{Lagr} , которые можно получить по сходным данным и надёжность и точность которых хорошо изучены.

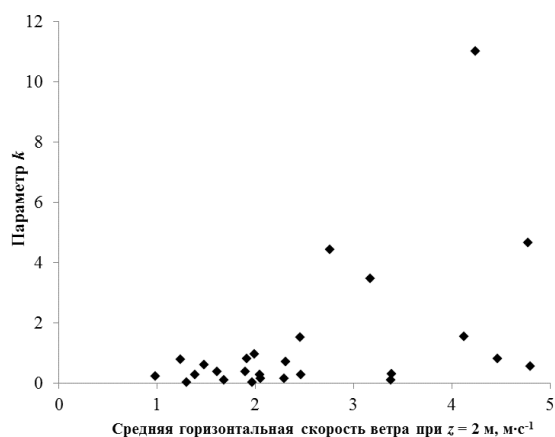


Рис. 1. Различие Q и Q_{Lagr} в зависимости от средней горизонтальной скорости ветра на высоте 2 м в течение серии для данных, отфильтрованных согласно (5) и (6).

Анализ нефильтрованных данных показал, что значения Q_{Lagr} больше и сильнее варьируют, чем значения Q : среднее \pm стандартное отклонение по всем сериям для них составило 6.01 ± 6.23 и $2.13 \pm 0.94 \text{ г} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{ч}^{-1}$ соответственно. Далеко не все повышенные значения k связаны с условиями (5) или (6). Ещё одной причиной больших значений k была сравнительно высокая скорость ветра (рис. 1).

Если разделить массив полученных после фильтрации по (5) и (6) значений k на две группы – выше и ниже пороговой средней скорости ветра (3 или $4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ на высоте 2 м) – то значения в первой группе будут значимо выше ($p < 0.01$). Это может быть связано как с низкачественной оценкой F для больших скоростей ветра, так и высокой погрешностью лагранжевой модели переноса при таких скоростях ветра. Для дальнейшего анализа

серии, для которых скорость ветра на высоте 2 м составляла больше $4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, были отфильтрованы

Сравнение Q и Q_{Lagr} после фильтрации представлено на рисунке 2 (ромбы). Там же даны неотфильтрованные значения Q и Q_{Lagr} , исключённые из анализа после фильтрации (полые квадраты). Как видим, исключённые значения Q_{Lagr} характеризовались большей погрешностью по сравнению с оставшимися после фильтрации значениями. Это косвенно подтверждает необходимость фильтрации и подтверждает её качество. При этом Q , в отличие от Q_{Lagr} , для исключённых в процессе фильтрации серий по величине остаётся в том же диапазоне значений, что и для оставшихся после фильтрации серий. Это можно трактовать, как показатель надёжности предлагаемого в настоящей работе метода в неидеальных условиях применения.

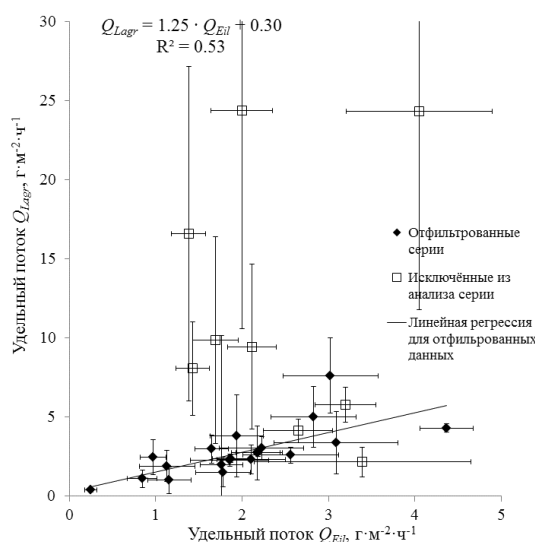


Рис. 2. Результаты вычислений Q и Q_{Lagr} для всех проведённых серий измерений. Уравнение регрессии в верхней части рисунка относится только к отфильтрованным сериям измерений.

4. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и правительства Ханты-Мансийского автономного округа – Югры в рамках научных проектов № 18-34-00695 и № 18-45-860015. Полевые работы были проведены при поддержке гранта РНФ № 17-17-01204.

5. Список литературы

1. Khalil M.A.K., Rasmussen R.A. Sources, Sinks, and Seasonal Cycles of Atmospheric Methane. *Journal of Geophysical Research*. 1983. V. 88. P. 5131–5144.
2. Глаголев М.В., Филиппов И.В. Инвентаризации поглощения метана почвами. *Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата*. 2011. Т. 2. С. 1.

3. Ito A., Inatomi M. Use of a process-based model for assessing the methane budgets of global terrestrial ecosystems and evaluation of uncertainty. *Biogeosciences*. 2012. V. 9. P. 759–773. doi: [10.5194/bg-9-759-2012](https://doi.org/10.5194/bg-9-759-2012).
4. Ciais P., Sabine C., Bala G., Bopp L., Brovkin V., Canadell J., Chhabra A., DeFries R., Galloway J., Heimann M. et al. Carbon and other biogeochemical cycles. Eds. Stocker T.F. et al. In: *Climate change 2013: The physical science basis: Contribution of working group I to the fifth assessment report of IPCC*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. P. 465–570.
5. Baldocchi D.D., Hincks B.B., Meyers T.P. Measuring biosphere-atmosphere exchanges of biologically related gases with micrometeorological methods. *Ecology*. 1988. V. 69. P. 1331–1340. doi: [10.2307/1941631](https://doi.org/10.2307/1941631).
6. Бородулин А.И., Десятков Б.Д., Махов Г.А., Сарманаев С.Р. Определение эмиссии болотного метана по измеренным значениям его концентрации в приземном слое атмосферы. *Метеорология и гидрология*. 1997. № 1. С. 66–74.
7. Xu L., Lin X., Amen J., Welding K., McDermitt D. Impact of changes in barometric pressure on landfill methane emission. *Global Biogeochemical Cycles*. 2014. V. 28. P. 679–695. doi: [10.1002/2013GB004571](https://doi.org/10.1002/2013GB004571).
8. Foken T. *Micrometeorology*. Springer-Verlag: Berlin–Heidelberg, 2008. 306 p.
9. Глаголев М.В. К методу «обратной задачи» для определения поверхностной плотности потока газа из почвы. *Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата*. 2010. Т. 1. P. 17–36.
10. Каллистова А.Ю., Глаголев М.В., Шнырев Н.А., Кевбрина М.В., Некрасова В.К., Чистотин М.В., Фаустова Е.В., Серебряная М.И., Ножевникова А.Н. Эмиссия метана с поверхности полигона захоронения твердых бытовых отходов (ТБО) в зависимости от возраста полигона и от сезона. *Экологическая химия*. 2006. Т. 15. С. 13–21.
11. Abichou T., Chanton J., Powelson D., Fleiger J., Escoriaza S., Lei Y., Stern J. Methane flux and oxidation at two types of intermediate landfill covers. *Waste Management*. 2006. V. 26. P. 1305–1312. doi: [10.1016/j.wasman.2005.11.016](https://doi.org/10.1016/j.wasman.2005.11.016).
12. Nozhevnikova A., Glagolev M., Nekrasova V., Einola J., Sormunen K., Rintala J. The analysis of methods for measurement of methane oxidation in landfills. *Water Science and Technology*. 2003. V. 48. P. 45–52.
13. Terent'eva I.E., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kotsyurbenko O.R. Methane emission from municipal solid waste landfills. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2017. V. 42. P. 327–334. doi: [10.3103/S1068373917050089](https://doi.org/10.3103/S1068373917050089).
14. Бек Д., Блакуэлл Б., Сент-Клер Ч. *Некорректные обратные задачи теплопроводности*. М.: Мир, 1989. 312 с.
15. Марчук Г.И. *Сопряженные уравнения и анализ сложных систем*. М.: Наука, 1992. 336 с.
16. Калиткин Н.Н. *Численные методы*. М.: Наука, 1978. 512с.
17. Waldén J. On the approximation of singular source terms in differential equations. *Numerical Methods for Partial Differential Equations: An International Journal*. 1999. V. 16. P. 503–520. doi: [10.1002/\(SICI\)1098-2426\(199907\)15:4<503::AID-NUM6>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2426(199907)15:4<503::AID-NUM6>3.0.CO;2-Q).
18. De Ridder K. Bulk transfer relations for the roughness sublayer. *Boundary-layer meteorology*. 2010. V. 134. P. 257–267. doi: [10.1007/s10546-009-9450-y](https://doi.org/10.1007/s10546-009-9450-y).
19. Flesch T.K., Wilson J.D., Harper L.A., Crenna B.P., Sharpe R.R. Deducing ground-air emissions from observed trace gas concentrations: a field trial. *J. Appl. Meteorol.* 2004. V. 43. P. 487–502. doi: [10.1175/1520-0450\(2004\)043<0487:DGEFOT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(2004)043<0487:DGEFOT>2.0.CO;2).
20. Vander Zaag A.C., Flesch T.K., Desjardins R.L., Baldé H., Wright T. Measuring methane emissions from two dairy farms: Seasonal and manure-management effects. *Agricultural and Forest Meteorology*. 2014. V. 194. P. 259–267. doi: [10.1016/j.agrformet.2014.02.003](https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2014.02.003).