

## Идентификация скорости потребления метана в почвах методом обратной задачи

Сабреков А.Ф.<sup>1,2,3</sup>, Глаголев М.В.<sup>1,2,4</sup>, Терентьева И.Е.<sup>3</sup>, Мочёнов С.Ю.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт водных проблем РАН, г. Москва

<sup>2</sup>Югорский Государственный Университет, г. Ханты-Мансийск

<sup>3</sup>Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, г. Москва

<sup>4</sup>Факультет Почвоведения МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

[sabrekovaf@gmail.com](mailto:sabrekovaf@gmail.com)

Рассмотрена обратная задача вычисления переменной по глубине константы окисления метана, поступающего из атмосферы, в непереувлажнённых почвах. На основании регуляризации Тихонова предложен алгоритм решения этой некорректной по Адамару задачи с использованием сравнительно просто получаемых полевых данных: профилей концентрации метана в почве, а также профилей объёмной влажности, общей пористости и температуры почвы. Алгоритм основан на решении эллиптического уравнения четвёртого порядка с помощью метода пятидиагональной прогонки. Проведено сопоставление результатов численного восстановления константы окисления метана и её значений, измеренных в лабораторном эксперименте с образцами почвы. Соответствие оказалось удовлетворительным ( $R^2 = 0.75$ ,  $n = 24$ ). Несколько сравнительно небольших по модулю восстановленных значений константы окисления метана оказались отрицательными, в то время как все лабораторные значения были положительными. В целом, восстановленные значения константы окисления метана оказались более чем в полтора раза выше, чем лабораторные значения. Это может быть связано как с погрешностью предложенного алгоритма восстановления, так и с тем, что в лабораторных экспериментах не учитывалась метанотрофия на корнях растений.

*Ключевые слова:* метанотрофы, автоморфные почвы, некорректные обратные задачи, регуляризация.

## Identification of soil methane oxidation activity by inverse modelling

Sabrekov A.F.<sup>1,2,3</sup>, Glagolev M.V.<sup>1,2,4</sup>, Terentieva I.E.<sup>3</sup>, Mochenov S.Y.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Water Problems Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow

<sup>2</sup>Yugra State University, Khanty-Mansiysk

<sup>3</sup>A.N. Severtsov Institute of Ecology and Evolution, Moscow

<sup>4</sup>Faculty of Soil Science, Moscow State University, Moscow

Inverse problem of numerical identification of the depth-dependent methane oxidation rate in upland soils is considered. This problem is an ill-posed in the sense of Hadamard. An algorithm to solve it using such relatively easily available field data as soil methane concentration depth profile as well as volumetric soil moisture, total soil porosity and soil temperature depth profiles is suggested. This algorithm is based on solution of the fourth-order elliptic equation using pentadiagonal matrix algorithm. Comparison between calculated methane oxidation rates and those ones determined in lab experiments is carried out. Correlation between them is found to be moderate ( $R^2 = 0.75$ ,  $n = 24$ ). In general calculated methane oxidation rates were 50 % higher than determined in lab experiments. It could be explained both by uncertainty introduced by identification algorithm and by uncounted (in lab experiments) methanotrophy in rhizosphere.

*Key words:* methanotrophy, upland soils, inverse ill-posed problems, regularization.

### 1. Введение

Проблема идентификации источников и стоков метана (CH<sub>4</sub>) в атмосферу Земли привлекла особое внимание в 1980-ые годы. Интерес к ней связан с

тем, что метан – сильный парниковый газ, общее радиационное воздействие (форсинг) которого составляет треть от форсинга всех долгоживущих парниковых газов [1]. Для нескольких последних десятилетий дисбаланс между источниками и

стоками метана оценивается в  $\pm 25$  тераграмм (Тг)  $\text{CH}_4$  в год при общей величине источников или стоков около 550 Тг  $\text{CH}_4$  [2]. Поэтому любой источник или сток такого порядка величины (25 Тг и более) и более важен для понимания изменения концентрации метана в атмосфере.

Основным (около 90 % от общего) стоком метана из атмосферы Земли является окисление гидроксил-радикалом в тропосфере. Вторым по важности (около 10 %) считается потребление метана микроорганизмами – метанотрофами, живущими в автоморфных (непереувлажнённых) почвах [1]. Таким образом, изучение величин потребления (удельных потоков)  $\text{CH}_4$ , понимание процессов, обуславливающих его временную и пространственную динамику, а также моделирование потребления необходимы для построения обоснованных климатических прогнозов.

Современные модели потребления  $\text{CH}_4$  в автоморфных почвах [3–5] используют следующее уравнение:

$$\frac{d}{dz} \left( K(z) \frac{dC}{dz} \right) - V_{\text{cons}}(z) \cdot \varepsilon(z) \cdot C = 0, \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация метана ( $\text{мгС} \cdot \text{м}^{-3}$ ),  $K$  – переменный по глубине коэффициент молекулярной диффузии метана в почве ( $\text{м}^2 \cdot \text{час}^{-1}$ ),  $V_{\text{cons}}$  – переменная по глубине константа скорости потребления метана ( $\text{час}^{-1}$ ),  $z$  – глубина (м), ось  $z$  направлена от поверхности почвы вниз,  $\varepsilon$  – пористость аэрации ( $\text{м}^3 \cdot \text{м}^{-3}$ ). В некоторых моделях потребление метана рассчитывается не по кинетике первого порядка, как в (1), а по кинетике Михаэлиса–Ментен. Однако для процесса потребления  $\text{CH}_4$  в автоморфных почвах ( $C$  варьирует от 0.05 до 1  $\text{мгС} \cdot \text{м}^{-3}$ ) константа полунасыщения Михаэлиса ( $K_M$ ) обычно равна 9–12  $\text{мгС} \cdot \text{м}^{-3}$  [6], поэтому существенной разницы между этими двумя формулировками нет, так как при  $C \ll K_M$  уравнение Михаэлиса–Ментен хорошо аппроксимируется кинетикой 1-го порядка.

Функция  $V_{\text{cons}}(z)$  в современных моделях потребления метана определяется с помощью следующей модели:

$$V_{\text{cons}}(z) = V_{\text{cons},0} \cdot f_1(z) \cdot \dots \cdot f_n(z), \quad (2)$$

где  $V_{\text{cons},0}$  – базовая константа потребления при некоторых условиях среды ( $\text{час}^{-1}$ ), обычно это – максимальная константа, достигаемая при оптимальных условиях;  $f_i$  – переменные по глубине безразмерные эмпирические функции параметров среды (если  $V_{\text{cons},0}$  имеет смысл максимальной константы, то  $0 \leq f_i \leq 1$ ). Они определяются либо на основе лабораторных экспериментов с отобранными образцами почвы [5], либо на основе полевых данных путём решения задачи оптимизации, когда подбираются такие их значения, которые позволят получить модельные значения удельных потоков  $\text{CH}_4$ , наиболее близкие к экспериментально

измеренным [3]. Такое феноменологическое описание позволяет отразить только влияние тех факторов среды, которые учтены в (2). В современных моделях потребления набор этих факторов обычно весьма узок: температура и влажность почвы, а также количество соединений азота, ингибирующих метанотрофию. При этом не учитываются такие важнейшие факторы, как численность метанотрофов [7], влияние ризосферы [4], химические свойства почв и прочее.

Неучёт этих важнейших факторов обусловлен трудоёмкостью проведения лабораторных экспериментов по изучению влияния совокупности факторов на  $V_{\text{cons}}$ . Поскольку эти эксперименты проводятся с образцами в лаборатории, влияние разных взаимодействующих факторов на итоговую величину удельного потока  $\text{CH}_4$  в почву трудно оценить. Кроме того, численность (количество копий генов) метанотрофов определяется в образцах массой около 0.2 грамма, поэтому её локальная изменчивость на корнях и поверхности почвенных частиц сильно влияет на репрезентативность результатов. Абсолютная точность определения численности невысока и часто составляет около одного порядка [7].

В связи с этим в рамках настоящей работы была поставлена цель – разработать и применить метод оценки  $V_{\text{cons}}(z)$  на основании легкодоступных полевых данных. Такой метод позволит получить репрезентативные выражения вида (2), учитывающие одновременное влияние всех факторов. Задачи состояли в разработке и реализации корректного математического алгоритма, учитывающего свойства рассматриваемой задачи, получение необходимых экспериментальных данных и сравнении результатов моделирования с лабораторными экспериментами по определению  $V_{\text{cons}}(z)$ .

## 2. Объекты и методы исследования

### 2.1. Объекты

Исследовались лесные почвы в Ханты-Мансийском Автономном Округе, в районе д. Шапша ( $61.09^\circ$  с.ш.,  $69.46^\circ$  в.д.). Полевые работы и отбор проб проводились в трёх типах экосистем: кедровом лесу (*Pinus sibirica* DuTour), смешанном лесу (кедр, берёза *Betula pendula* Roth и осина *Populus tremula* L.), а также в березняке (берёза, осина, ель *Picea obovata* Ledeb.). Работа проводилась в июле 2018 года.

### 2.2. Методы получения полевых данных

Удельный поток метана  $Q$  ( $\text{мгС} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{час}^{-1}$ ) измерялся с помощью метода статических камер в соответствии с [4]. В почву на глубину около 10 см заглублялось квадратное основание из нержавеющей стали с жёлобом. В жёлоб, оставшийся над поверхностью почвы, наливалась бутилированная вода (для создания т.н.

гидрозатвора) и устанавливалась камера из оргстекла, воздух внутри которой перемешивался с помощью вентилятора. Из внутреннего пространства камеры с периодичностью 15 минут в шприцы отбирались 4 пробы газа. В каждой экосистеме устанавливалось по два основания, на каждом из которых проводилось по три последовательных измерения  $Q$ . Концентрация метана в пробах анализировалась на газовом хроматографе Кристалл-5000.1 (ЗАО Хроматэк, Россия).  $Q$  вычислялся по убыванию концентрации внутри камеры с течением времени посредством экспоненциальной регрессии [4, 8].

Пробы газа из почвы объёмом 10 мл отбирались в медицинские шприцы от 0 (то есть, из атмосферы) до 100 см через каждые 5 см с помощью трубки из нержавеющей стали диаметром 1мм. Концентрация метана в них определялась на том же хроматографе. Объёмная влажность ( $\text{м}^3 \cdot \text{м}^{-3}$ ) и температура (К) почвы определялась с помощью сенсора HydraProbe II (Stevens Water Monitoring Systems, США), общая пористость почвы ( $\text{м}^3 \cdot \text{м}^{-3}$ ) – пикнометрическим методом [9]. Пористость аэрации  $\varepsilon(z)$  определялась по разнице между общей пористостью и объёмной влажностью. Пробы почв отбирались с помощью почвенного бура с глубин 3, 10, 20 и 30 см.

### 2.3. Методы лабораторных экспериментов

Инкубационные эксперименты по определению  $V_{\text{cons}}(z)$  проводились в течение 1–2 суток после отбора проб. В стеклянные флаконы объёмом 120 мл помещалось 3–4 г предварительно просеянной через сито с размером ячейки 3 мм почвы. Из флаконов отбиралась первая проба газа объёмом 3 мл, после чего флакон закрывался резиновой пробкой и помещался в климатическую камеру. Температура в камере была равна температуре почвы в момент отбора проб. Инкубация длилась около суток, в течение которых из флаконов отбирались ещё 3 пробы газа. Концентрация метана в пробах определялась на том же хроматографе, что и для полевых образцов. Стандартное отклонение экспериментального определения  $V_{\text{cons}}(z)$  было определено по трём повторностям для трёх случайно выбранных образцов и составило 3–5 %.

### 2.4. Постановка и решение обратной задачи идентификации $V_{\text{cons}}(z)$

Из полевых данных с помощью интерполяции могут быть оценены решение уравнения (1)  $C(z)$  и коэффициент диффузии  $K(z)$  (на основании модели [10], для которой входными данными являются объёмная влажность, общая пористость и температура почвы). Добавив к этому естественные граничные условия

$$C|_{z=0} = C_{\text{meas}}(0); K(z) \cdot \frac{dC}{dz} \Big|_{z=1} = 0; z \in [0,1] \quad (3)$$

где  $C_{\text{meas}}(0)$  – измеренная концентрация  $\text{CH}_4$  в атмосфере, можно вычислить  $V_{\text{cons}}(z)$  прямым дифференцированием на основе некоторой разностной аппроксимации, например, для равномерной сетки  $z = z_i, i = 1, 2, \dots, N$  с шагом  $h_z$

$$V_{\text{cons}}(i) = \frac{1}{\varepsilon_i C_i} \left( K_{i+1/2} \frac{C_{i+1} - C_i}{h_z^2} - K_{i-1/2} \frac{C_i - C_{i-1}}{h_z^2} \right), \quad (4)$$

где  $K_{i+1/2} = K((z_i + z_{i+1})/2)$ . Способ идентификации источника (стока) прямым дифференцированием по (4) хорошо известен (в русскоязычной литературе – как метод «обращения уравнения» или «обращения модели» [11]) и уже неоднократно применялся для определения скорости продукции и потребления метана в грунтах [12–15]. Однако известно, что задача (1), (3), (4) является некорректной по Адамару, поскольку некорректной является операция численного дифференцирования в (4) [11]. К сожалению, на это подчас вообще не обращалось внимания (как, например, в [12, 15]) и тогда незначительные погрешности в  $C(z)$  и  $K(z)$  приводили к большим погрешностям в итоговом значении  $V_{\text{cons}}$ . Погрешность в  $C(z)$  и  $K(z)$  обусловлена погрешностью измерительных приборов, модели вычисления  $K(z)$ , интерполяции, а также естественной пространственной вариабельностью свойств почв и микробных сообществ метанотрофов. Поэтому далее рассматривается не точное решение  $C(z)$ , а приближённое  $C_\delta(z)$ , где  $\delta > 0$  – уровень погрешности.

Существует несколько методов регуляризации решения задачи (1), (3), (4) по определению  $V_{\text{cons}}(z)$ . Однако пока в практике почвоведения использовались самые примитивные способы (регуляризация размером шага  $h_z$  – в [13] или сплайн-сглаживанием – в [14]).

В прикладной математике одной из самых широко используемых является регуляризация Тихонова. В этом методе посредством сглаживания  $C_\delta(z)$  получается функция  $\psi(z)$ , которая при подстановке в (4) позволяет получить более «надёжные» значения  $V_{\text{cons}}(z)$ , чем при подстановке  $C(z)$ . Согласно [16], сглаживающий функционал  $J_\alpha$  в данном случае может быть записан следующим образом

$$J_\alpha = \|\psi - C_\delta\|^2 + \alpha \|A\psi\|^2, \quad A\psi = \frac{d}{dz} \left( K(z) \frac{d\psi}{dz} \right), \quad (5)$$

где  $\|\cdot\|$  – норма в Гильбертовом пространстве,  $\alpha$  – параметр регуляризации, выбираемый таким образом, чтобы

$$\|\psi - C_\delta\| < \delta. \quad (6)$$

Минимизация функционала (5) эквивалентна решению уравнения [17]:

$$\psi + \alpha A^2 \psi = C_\delta. \quad (7)$$

Уравнение (7) решается с граничными условиями (3) с помощью метода пятидиагональной прогонки, как он описан в [17]. Параметр  $\alpha$  выбирался с помощью итерационной процедуры

$$\alpha_{n+1} = \alpha_0 \cdot q^n,$$

где  $n$  – номер итерации, так, чтобы выполнялось выражение (6). Начальное значение для процедуры  $\alpha_0$  принималось равным 0.001, множитель  $q = 0.75$ .

Программа для решения (3), (4), (7) была написана и реализована в среде MATLAB 9.1.0 (Mathworks, США). Количество узлов  $N = 201$ .

### 2.5. Тестовая задача с известным распределением

Тестовая задача (1) для проверки решалась со следующими граничными условиями:

$$K(z) \cdot \frac{dC}{dz} \Big|_{z=0} = 0.5; C|_{z=1} = 2; z \in [0, 1]$$

и при следующих значениях коэффициентов:

$$K(z) = 0.11; \varepsilon(z) = 1; V_{\text{cons}}(z) = \begin{cases} 1 & 0 < z < 0.3 \\ 2 & 0.3 \leq z < 0.7 \\ 0 & 0.7 \leq z < 1 \end{cases}$$

Полученное решение прямой задачи  $C(z)$  превращалось в приближённое  $C_\delta(z)$  так:

$$C_\delta(z) = C(z) + 2 \cdot \delta \cdot (\sigma(z) - 0.5), z = z_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

где  $\sigma(z)$  – равномерно распределённая от 0 до 1 случайная величина,  $\delta = 0.01$ .

## 3. Результаты и обсуждение

Результаты восстановления коэффициента  $V_{\text{cons}}(z)$  в тестовой задаче (рис. 1) вполне удовлетворительные, хотя разрывы на границах и значения на краях аппроксимированы со значительной погрешностью. Это обусловлено свойствами регуляризирующего алгоритма (5).

Однако в рассматриваемой задаче такие разрывы маловероятны. Потеря точности вблизи границ связана с тем, что искомая функция  $V_{\text{cons}}(z)$  не удовлетворяет тем же самым граничным условиям, что и оператор  $A$  [17]. В противном случае точность восстановления на границах может быть существенно выше.

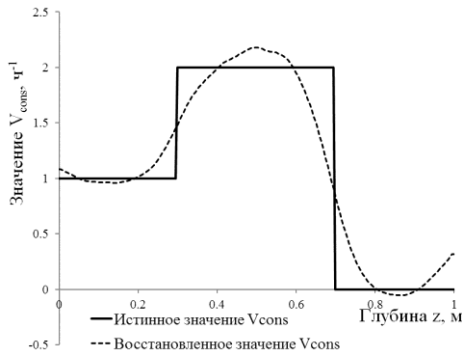


Рис. 1. Сравнение исходной и восстановленной функции  $V_{\text{cons}}(z)$  в тестовой задаче (сформулирована в разделе 2.5).

Результаты сравнения измеренной в экспериментах и вычисленной описанным выше образом представлены на рисунке 2.

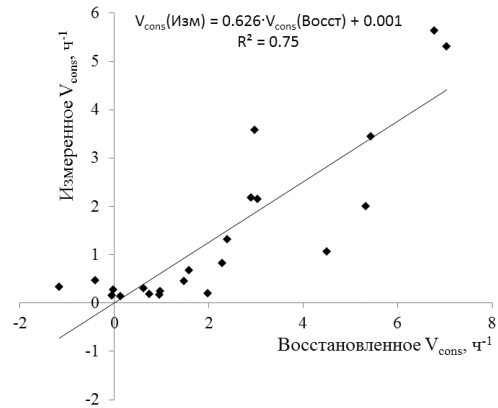


Рис. 2. Сопоставление измеренной в лабораторном эксперименте и восстановленной с помощью предлагаемого в настоящей работе метода функции  $V_{\text{cons}}(z)$ . Погрешность измерения  $V_{\text{cons}}(z)$  в эксперименте составляет около 3–5 %.

Как видим, соответствие вычисленных и экспериментальных значений константы потребления метана является удовлетворительным. Ряд восстановленных значений  $V_{\text{cons}}(z)$  оказались отрицательными, в то время как в лабораторном эксперименте все величины  $V_{\text{cons}}(z)$  были положительными. Исследованные почвы являются автоморфными, а грунтовые воды в этих экосистемах залегают глубоко ( $> 2$  м). Биосинтез метана (метаногенез) происходит в бескислородных условиях [3, 6, 7], поэтому в данных почвах количественно значимый метаногенез вряд ли может осуществляться. Таким образом, эти отрицательные значения восстановленной  $V_{\text{cons}}(z)$  – это артефакты используемого алгоритма. Отметим, что данные артефакты соответствуют невысоким реально измеренным значениям  $V_{\text{cons}}(z)$ , характерным для глубины 30 см, то есть там, где  $V_{\text{cons}}(z)$  резко уменьшается до значений, близких к нулю. Поэтому влияние этих артефактов на количество окисляемого метана в почве весьма невелико.

Влияние величины параметра  $\delta$  (иначе говоря, «силы» сглаживания) оказалось незначительным. При  $\delta = 0.005$  и  $0.02$  значение коэффициентов линейной регрессии между восстановленными и измеренными в экспериментах значениями  $V_{\text{cons}}(z)$  изменялось не более чем на 5 %. Это говорит о надёжности используемого алгоритма и адекватности выбора  $\delta = 0.01$ .

Использование в (3) для верхней границы условия второго рода (измеренного значения удельного потока метана  $Q$ ) не оказало эффекта на восстановленные значения  $V_{\text{cons}}(z)$ : они изменились менее чем на 1 %.

Восстановленные значения  $V_{\text{cons}}(z)$  оказались в среднем более чем в полтора раза выше, чем экспериментально измеренные. С одной стороны,

это может быть объяснено погрешностью восстановления методом обратной задачи, усиленной погрешностью входных данных и вычисления  $K(z)$ . К сожалению, реалистичная оценка этой погрешности (например, с помощью бутстрепа) на данный момент невозможна ввиду отсутствия необходимых данных о вариабельности концентрации метана в почве, объёмной влажности и т.д. в исследованных экосистемах. Другой возможной причиной может быть то, что лабораторные эксперименты оценивают только собственно почвенную метанотрофию, но не оценивают метанотрофию на корнях растений, поскольку почва перед инкубацией была просеяна от корней. Однако для проверки этой гипотезы необходимо получить больше данных с необходимым количеством повторностей.

#### 4. Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-34-00695. Полевые работы были проведены при поддержке гранта РНФ № 17-17-01204.

#### 5. Список литературы

- Kirschke S., Bousquet P., Ciais P., Saunoy M., Canadell J.G., Dlugokencky E.J., Bergamaschi P., Bergmann D., Blake D.R., Bruhwiler L., et al. Three decades of global methane sources and sinks. *Nat. Geosci.* 2013. V. 6. P. 812–823. doi: [10.1038/ngeo1955](https://doi.org/10.1038/ngeo1955).
- Bousquet P., Ciais P., Miller J.B., Dlugokencky E.J., Hauglustaine D.A., Prigent C., Van der Werf G.R., Peylin P., Brunke E.-G., Carouge C., Langenfelds R.L. et al. Contribution of anthropogenic and natural sources to atmospheric methane variability. *Nature*. 2006. V. 443. P. 439. doi: [10.1038/nature05132](https://doi.org/10.1038/nature05132).
- Zhuang Q., Chen M., Xu K., Tang J., Saikawa E., Lu Y., Melillo J.M., Prinn R.G., McGuire A.D. Response of global soil consumption of atmospheric methane to changes in atmospheric climate and nitrogen deposition. *Glob. Biogeochem. Cycles*. 2013. V. 27. P. 650–663. doi: [10.1002/gbc.20057](https://doi.org/10.1002/gbc.20057).
- Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Alekseychik P.K., Smolentsev B.A., Terentieva I.E., Krivenok L.A., Maksyutov S.S. A process-based model of methane consumption by upland soils. *Environ. Res. Lett.* 2016. V. 11. P. 075001. doi: [10.1088/1748-9326/11/7/075001](https://doi.org/10.1088/1748-9326/11/7/075001).
- Murguia-Flores F., Arndt S., Ganesan A.L., Murray-Tortarolo G., Hornibrook E.R.C. Soil Methanotrophy Model (MeMo v1.0): a process-based model to quantify global uptake of atmospheric methane by soil. *Geosci. Model Dev.* 2018. V. 11. P. 2009–2032. doi: [10.5194/gmd-11-2009-2018](https://doi.org/10.5194/gmd-11-2009-2018).
- Czepiel P.M., Crill P.M., Harriss R.C. Environmental factors influencing the variability of methane oxidation in temperate zone soils. *J. of Geophys. Res.: Atmospheres*. 1995. V. 100. P. 9359–9364. doi: [10.1029/95JD00542](https://doi.org/10.1029/95JD00542).
- Praeg N., Wagner A.O., Illmer P. Plant species, temperature, and bedrock affect net methane flux out of grassland and forest soils. *Plant and Soil*. 2017. V. 410. P. 193–206.
- Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Казанцев В.С. *Физикохимия и биология торфа. Методы измерения газообмена на границе почва-атмосфера*. Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2010. 77 с.
- Шенин Е.В. *Курс физики почв*. М.: Изд-во МГУ, 2005. 432 с.
- Moldrup P., Chamindu Deepagoda T.K.K., Hamamoto S., Komatsu T., Kawamoto K., Rolston D.E., de Jonge L.W. Structure-dependent water-induced linear reduction model for predicting gas diffusivity and tortuosity in repacked and intact soil. *Vadose Zone Journal*. 2013. V. 12. P. 1–11. doi: [10.2136/vzj2013.01.0026](https://doi.org/10.2136/vzj2013.01.0026).
- Мацевитый Ю.М., Лушпенко С.Ф. *Идентификация теплофизических свойств твердых тел*. Киев: Наук. думка, 1990. 216 с.
- Минько О.И., Каспаров С.В., Аммосова Я.М. Газообразные вещества – продукты метаболизма микробных ценозов переувлажненных почв. *Журнал общей биологии*. 1987. Т. 48. № 2. С. 182–193.
- Орлов Д.С., Минько О.И., Аммосова Я.М., Каспаров С.В., Глаголев М.В. Методы исследования газовой функции почвы. В: *Современные физические и химические методы исследования почв*. Под ред. Воронина А.Д., Орлова Д.С. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 118–156.
- Alperin M.J., Reeburg W.S., Whiticar M.J. Carbon and hydrogen isotope fractionation resulting from anaerobic methane oxidation. *Global Biogeochemical Cycles*. 1988. V. 2. P. 279–288.
- Panikov N.S., Dedysh S.N., Kolesnikov O.M., Mardini A.I., Sizova M.V. Metabolic and environmental control on methane emission from soils: mechanistic studies of mesotrophic fen in West Siberia. *Water Air Soil Pollut. Focus*. 2001. V. 1. P. 415–428.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач*. М.: Наука, 1979. 285 с.
- Самарский А.А., Вабищевич П.Н. *Численные методы решения обратных задач математической физики*. М.: ЛКИ, 2009. 480 с.