

Квантование фазового пространства мгновенного сердечного ритма

Кудинов А.Н., Михеев С.А., Цветков В.П., Цветков И.В.

Тверской государственный университет, Тверь, Россия

mancu@mail.ru

В докладе предложен алгоритм квантования классического фазового пространства мгновенного сердечного ритма с постоянной или шагом квантования h . В результате квантования фазовое пространство мгновенного сердечного ритма разбивается на ячейки конечной величины h . Для построения конкретных квантовых фазовых пространств мгновенного сердечного ритма постоянную квантования h мы взяли равной единице. При таком значении h структура этих пространств оказалась достаточно информативной. Важнейшей задачей нашего подхода является визуализация квантовых фазовых пространств мгновенного сердечного ритма. Для этого фазовые точки этих пространств сделали цветными в зависимости от значений чисел заполнения их квантовых ячеек. Наши оценки показали, что при этом достаточно использовать порядка десяти цветов. Визуализация конкретных квантовых фазовых пространств мгновенного сердечного ритма представлена на рисунках. Показано, что геометрическая структура цветовых зон этих рисунков адекватно отражает состояние сердечно-сосудистой системы пациентов в соответствии с их диагнозами.

Ключевые слова: мгновенный сердечный ритм, фазовое пространство, квантование, постоянная квантования, визуализация.

Quantization of Instantaneous Heart Rhythm Phase Space

Kudinov A.N., Mikheev S.A., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V.

Tver State University, Tver, Russia

The paper offers an algorithm of quantization of classical phase space of instantaneous heart rhythm in increments of a constant or a quantization step h . The quantization results show that the instantaneous heart rhythm phase space is divided into cells as large as h . In order to construct specific quantum phase spaces of instantaneous heart rhythm, we take the quantization constant h as 1. It turned out that with this value of h , the structure of the above mentioned spaces was informative enough. The primal problem of our approach is visualization of instantaneous heart rhythm phase spaces. For this purpose we colored the phase points of these spaces depending on the values of occupation numbers of states of their quantum cells. Our estimates showed that it was quite sufficient to use ten colors. Visualization of specific quantum phase spaces of instantaneous heart rhythm is represented in the figures. It was demonstrated that the geometric structure of color zones illustrated in this figures adequately reflected the states of cardiovascular systems of the patients in question in accordance with their diagnoses.

Key words: instantaneous heart rhythm, phase space, quantization, quantization constant, visualization.

1. Введение

В работе [1] показано, что наиболее адекватно описывает характер поведения кардиоритмов [2–10] фазовое пространство (ФП) мгновенного сердечного ритма (МСР) [11, 12], являющееся фракталом [13–14], и, следовательно, оно наиболее полно отражает такие важные свойства кардиоритмов, как их самоподобие. ФП МСР представляет собой множество состояний в пространстве \mathbb{R}^2 ,

определяемых частотой МСР $y(t)$ и скоростью ее изменения $v(t)$. Математически функция $v(t)$ представляет собой разностную производную функции $y(t)$ [15]. Функции $y(t)$ и $v(t)$ строятся по данным суточного холтеровского мониторирования (ХМ). Для анализа МСР данные суточного ХМ по кардиоинтервалам необходимо представить в форме, сочетающей простоту и информативность. Это можно сделать, используя визуализацию этого массива данных на основе квантового фазового пространства (КФП) МСР. Под визуализацией КФП

МСР мы будем понимать способ представления цифровой информации о МСР в виде, удобном для наблюдения и анализа.

2. Квантование фазового пространства мгновенного сердечного ритма

Под квантованием ФП, как правило, понимают процесс деления ФП на ячейки конечной величиной h . Обычно параметр h называют или постоянной или шагом квантования. Квантование ФП МСР будем проводить согласно соотношениям:

$$y_i = h[yh^{-1}], v_i = h[vh^{-1}], \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N(h),$$

где y, v – координаты точки ФП МСР, а $[\]$ – оператор округления до ближайшего целого числа. Согласно (1) y_i, v_i имеют значения кратные постоянной квантования h .

Множество точек с координатами y_i, v_i мы будем называть КФП МСР. При этом КФП МСР разбивается на элементарные ячейки объемом $\Delta\Gamma = |\Delta y_i \Delta v_i| = h^D$, с учетом того, что ФП МСР образует фрактальное множество размерности D .

Значения y_i, v_i определяют состояния МСР в КФП, а их кратности n_i являются числами заполнения этих состояний. При этом множество $\{n_i, y_i, v_i\}$ содержит всю информацию о МСР за интересующий нас промежуток времени.

Фазовый объем КФП МСР, характеризующий вариативность МСР, вычисляется по формуле:

$$\Gamma_{кв} = h^D N(h). \quad (2)$$

3. Визуализация квантового фазового пространства мгновенного сердечного ритма

Для конкретных КФП МСР постоянную квантования h мы будем брать равной единице. При таком значении структура КФП МСР оказывается достаточно информативной. В дальнейшем будут рассмотрены более общие случаи $h \neq 1$.

Важнейшим преимуществом нашего подхода является возможность визуализации множества состояний МСР $\{n_i, y_i, v_i\}$. Для этого ячейки с центрами y_i, v_i КФП МСР сделаем цветными в зависимости от значений чисел заполнения n_i . Простые оценки показывают, что при этом достаточно использовать порядка десяти цветов.

Пусть $n_{max} = \max\{n_i\}$. Состояние МСР $n_{max}, y_{max}, v_{max}$ отметим значком \times . Оно соответствует максимальной вероятности нахождения МСР в этом состоянии за время ХМ.

Множество значений n_i разобьем на 10 интервалов, и точки КФП МСР сделаем цветными. Выбор цвета проведем по схеме:

$$1 + \left[(j-1)^{1.6} n_{max} / 10^{1.6} \right] \leq n_i \leq \left[j^{1.6} n_{max} / 10^{1.6} \right], \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, 10,$$

- – $j = 1$, ● – $j = 6$,
- – $j = 2$, ● – $j = 7$,
- – $j = 3$, ● – $j = 8$,
- – $j = 4$, ● – $j = 9$,
- – $j = 5$, ● – $j = 10$.

Оптимальный выбор интервалов и цветов требует проведения дополнительного исследования.

На рисунках 1–4 представим КФП МСР пациентов Тверского областного клинического кардиологического диспансера (ТвОККД) с разными диагнозами, построенные с использованием комплекса программ по данным суточного ХМ этих пациентов.

Как видно из рисунков 1–4 КФП МСР разбиваются на 10 цветных зон достаточно сложной конфигурации. Во всех случаях ячейки \times входят в зоны красного цвета с максимальной вероятностью нахождения в них фазовых точек. Все цветные зоны, рассмотренных нами КФП МСР, являются достаточно сложными геометрическими структурами, но имеющими четкие границы, что указывает на наличие элементов детерминизма в такой хаотической системе, как МСР. При этом геометрическая структура цветных зон адекватно отражает состояние сердечно-сосудистой системы пациентов ТвОККД.

Приведем диагнозы рассмотренных пациентов. Первый пациент – норма, второй пациент – желудочковая экстрасистолия 4а градации по Руан, третий пациент – желудочковая экстрасистолия 4а градации по Руан, четвертый пациент – желудочковая экстрасистолия 5 градации по Руан.

Горизонтальные линии на рисунках 1–4 разбивают КФП МСР на три области $-15 < v < 15$, $v < -15$ и $v > 15$. Первая область соответствует регулярному МСР, а вторая и третья – скачкам (катастрофам) МСР [1].

Для состояния пациента – норма все цветные точки КФП МСР за исключением двух первых серых цветов попадают в область регулярного ритма. В случае желудочковых экстрасистолий градаций 4а и 5 по Руан существенная часть точек КФП МСР принадлежит областям скачков МСР, особенно соответствующих рисункам 3 и 4. При этом области красного цвета с максимальным значением чисел заполнения состояния n_i во всех четырех случаях принадлежат области регулярного ритма и имеют чрезвычайно малый фазовый объем $\Gamma_{кв}$ КФП МСР для первого пациента – 20, для второго – 6, для третьего – 4, для четвертого – 9 безразмерных единиц. Тогда как общий $\Gamma_{кв}$ будет составлять для первого пациента – 12172, для второго – 19767, для третьего – 13997, для четвертого – 16298 безразмерных единиц. Отметим, что $\Gamma_{кв}$ области красного цвета у пациента с диагнозом норма в 2–5 раз меньше, чем у пациентов с сердечной патологией, а общий $\Gamma_{кв}$ у пациента без сердечной патологии минимальный среди рассмотренных.

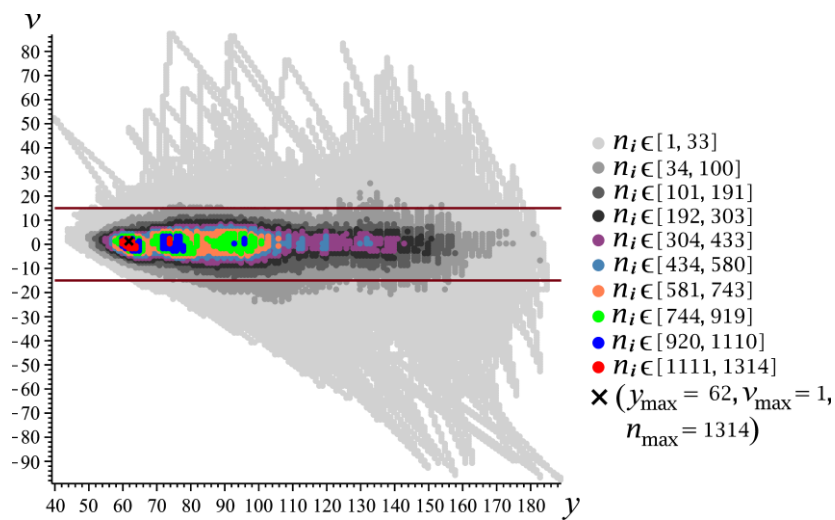


Рис. 1. КФП МСР первого пациента.

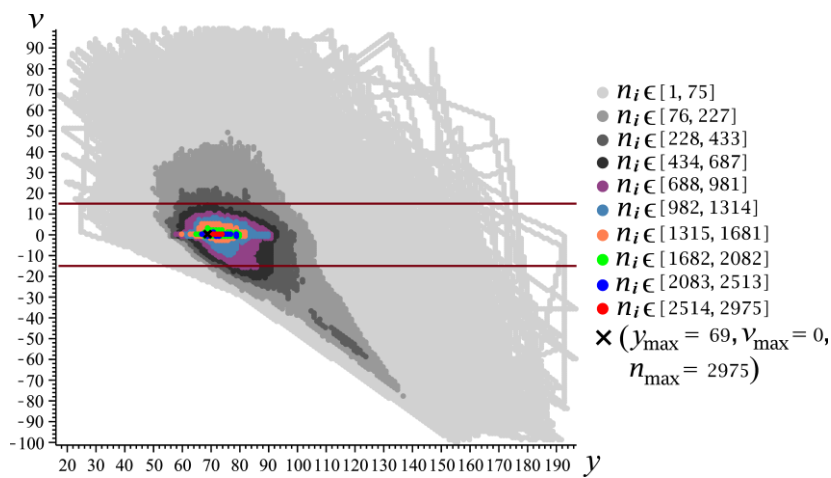


Рис. 2. КФП МСР второго пациента.

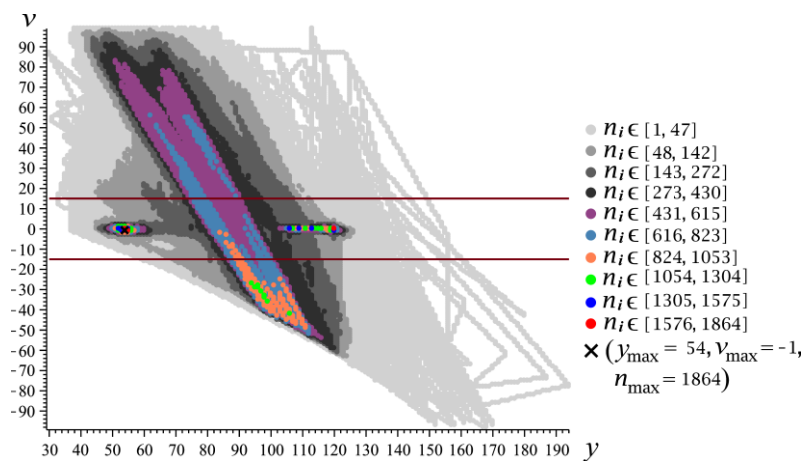


Рис. 3. КФП МСР третьего пациента.

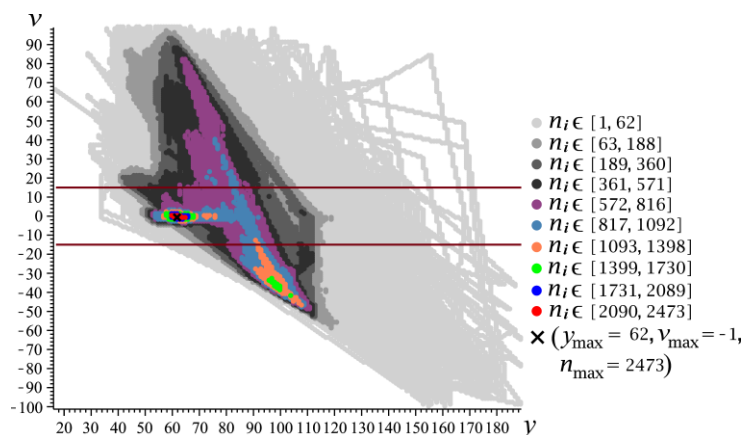


Рис. 4. КФП МСР четвертого пациента.

4. Заключение

В докладе предложен алгоритм квантования классического ФП МСР с постоянной или шагом квантования h . В результате квантования ФП МСР разбивается на ячейки конечной величины h . Важнейшей задачей нашего подхода является визуализация КФП МСР. Для этого фазовые точки этих пространств сделаны цветными в зависимости от значений чисел заполнения их квантовых ячеек. Наши оценки показали, что достаточно использовать порядка десяти цветов, не снижая информативности визуализации КФП МСР. Цветная визуализация КФП МСР наглядно продемонстрировала возможности его использования как маркера состояний сердечно-сосудистой системы пациентов.

5. Список литературы

1. Tsvetkov V.P., Mikheyev S.A., Tsvetkov I.V. Fractal phase space and fractal entropy of instantaneous cardiac rhythm. *Chaos, Solitons and Fractals*. 2018. V. 108. P. 71–76. doi: [10.1016/j.chaos.2018.01.030](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.01.030).
2. Баевский Р.М. *Прогнозирование состояний на грани нормы и патологии*. М.: Медицина, 1979, 205 с.
3. Baevsky R.M., Petrov V.M., Cornelissen G., Halberg F., Orth-Gomer F., Akerstedt T., Otsuka K., Breus T., Siegelova J., Dusek J., Fiser B. Meta-analyzed heart rate variability, exposure to geomagnetic storms, and the risk of ischemic heart disease. *Scripta Medica Facultatis Medicae Universitatis Brunensis Masarykianae*. 1997. V. 70. № 4–5. P. 201–205.
4. Irurzun I.M., Bergero P., Cordero M.C., et al. Non-linear properties of R-R distributions as a measure of heart rate variability. *Chaos, Solitons and Fractals*. 2003. V. 16. № 5. P. 699–708. doi: [10.1016/S0960-0779\(02\)00403-4](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(02)00403-4).
5. Aliev R.R., Alexander V.P. A simple two-variable model of cardiac excitation. *Chaos, Solitons and Fractals*. 1996. V. 7. № 3. P. 293–301. doi: [10.1016/0960-0779\(95\)00089-5](https://doi.org/10.1016/0960-0779(95)00089-5).
6. Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З. *Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе*. М: Наука, 1984. 224 с.
7. Ардашев А.В., Лоскутов А.Ю. *Практические аспекты современных методов анализа variability сердечного ритма*. М.: МЕДПРАКТИКА–М., 2010. 126 с.
8. Ryan M., Lown B., Horn H. Comparison of Ventricular Ectopic Activity during 24-Hour Monitoring and Exercise Testing in Patients with Coronary Heart Disease. *The New England Journal of Medicine*. 1975. V. 292. P. 224–229. doi: [10.1056/NEJM197501302920502](https://doi.org/10.1056/NEJM197501302920502).
9. Рябыкина Г.В., Соболев А.В. *Мониторирование ЭКГ с анализом variability ритма сердца*. М.: ИД Медпрактика–М, 2005. 224 с.
10. Шпак Л.В. *Кардиоинтервалография и ее клиническое значение*. Тверь: Изд-во Фактор, 2002. 232 с.
11. Kudinov A.N., Lebedev D.Y., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. Mathematical model of the multifractal dynamics and analysis of heart rates. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2015. V. 7. № 3. P. 214–221. doi: [10.1134/S2070048215030084](https://doi.org/10.1134/S2070048215030084).
12. Ivanov A.P., Kudinov A.N., Lebedev D.Yu., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. Analysis of Instantaneous Cardiac Rhythm in a Model of Multifractal Dynamics Based on Holter Monitoring. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2016. V. 8. № 1. P. 7–18. doi: [10.1134/S2070048216010051](https://doi.org/10.1134/S2070048216010051).
13. Федер Е. *Фракталы*. М.: Мир, 1991. 259 с.
14. Mandelbrot B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: Freeman and co., 1982. 460 p.
15. Ivanov A.P., Kudinov A.N., Mikheev S.A., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. Phase Space-Based Imaging of Mass Data on Instantaneous Cardiac Rhythm. *CEUR Workshop Proceedings*. 2016. V. 1787. P. 271–274. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1787/271-274-paper-45.pdf> (дата обращения: 12.03.2018).